

11. および \tan の測定

解説ビデオ http://www.ele.setsunan.ac.jp/VIDEOLIB/sst_lab/2011/Q-meter.html

1 目的

Qメータを用いて誘電体の誘電率 ϵ , 誘電正接 $\tan \delta$ を測定し, その周波数依存性を調べて誘電特性について理解を深める。

2 原理

2.1 回路素子のQ

実際のコイルにはインダクタンス L の他に抵抗成分 R_L があるためインピーダンスは $Z_L = R_L + j\omega L$ となる。 R_L が小さいほど理想的なインダクタと考えられるため, インダクタの性能の良さを表す指標として

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_L} \quad (1)$$

が定義されている。 Q_L はコイルのQ (Quality factor) と呼ばれている。同様に実際のコンデンサにはキャパシタンス C の他に電極間の誘電体にコンダクタンス G があり, アドミッタンスは $Y_C = G + j\omega C$ となる。やはり G が小さいほど良いキャパシタと考えられる。キャパシタの性能の良さを表す指標として

$$Q_C = \frac{\omega C}{G} \quad (2)$$

が定義されている。 Q_C はコンデンサのQと呼ばれている。キャパシタでの誘電損失を表す指標として誘電正接 $\tan \delta$ (タンデルタ) があり,

$$\tan \delta = \frac{1}{Q_C} \quad (3)$$

の関係がある。

2.2 Qメータによる Q_L の測定

図1にQメータの測定原理を示す。発振器の周波数を ω , 出力電圧を \dot{V} , コンデンサ両端の電圧を \dot{V}_C , 回路に流れる電流 \dot{I} とすると,

$$\dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \dot{I} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{\dot{V}}{R_L + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad (4)$$

$$|\dot{V}_C| = \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{|\dot{V}|}{\sqrt{R_L^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}, \quad \frac{|\dot{V}_C|}{|\dot{V}|} = \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_L^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (5)$$

可変コンデンサを調節して共振条件 ($\omega L - 1/\omega C = 0$) が満たされると, $|\dot{V}_C|/|\dot{V}|$ は最大となり,

$$\frac{|\dot{V}_C|}{|\dot{V}|} = \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{1}{R_L} = \frac{\omega L}{R_L} = Q_L \quad (6)$$

Qメータでは $|\dot{V}_C|/|\dot{V}|$ をメータに表示しており, メータの針が最大に振れたときの値からコイルのQを直接読み取ることができる。

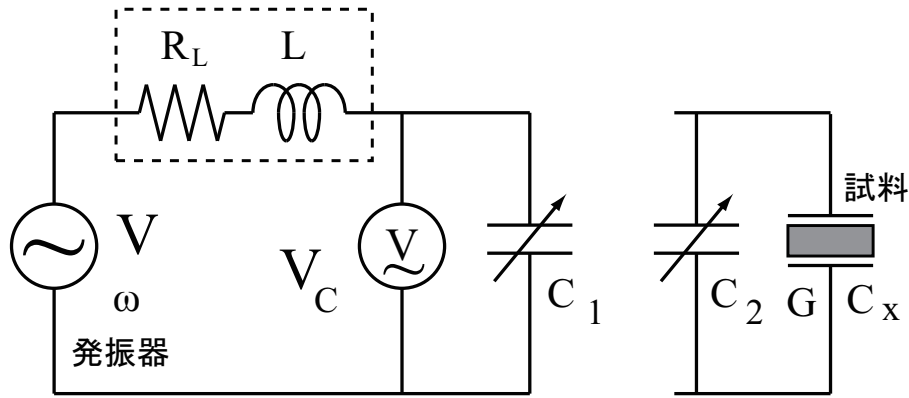


図 1: Qメータ測定原理図 (RLC 直列共振回路)。試料が接続されていないときの共振容量を C_1 , 試料が接続されているときの共振容量を C_2 , 試料の容量を C_x とすると $C_1 = C_2 + C_x$ の関係がある。

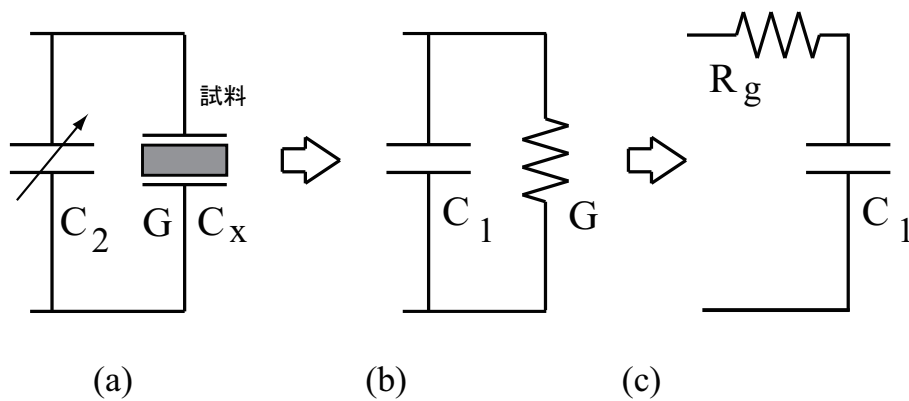


図 2: 可変コンデンサと試料の並列接続 (a) は合成容量 $C_2 + C_x = C_1$ に試料のコンダクタンス G が並列接続しているものと見なせる (b)。これは C_1 に直列に抵抗 $R_g = G/\omega^2 C_1^2$ が接続されている (c) と等価である。

2.3 Qメータによる Q_C の測定

図 1 で可変コンデンサを調整して同調をとる。この時の Q を Q_1 , 可変コンデンサの値を C_1 とすると

$$Q_1 = \frac{1}{\omega C_1 R_L} \quad (7)$$

次に可変コンデンサに試料(キャパシタンス C_x , コンダクタンス G)を並列接続し, 同調をとる。このときの Q を Q_2 , 可変コンデンサの値を C_2 とする。可変コンデンサと試料はキャパシタンス $C_2 + C_x = C_1$ と抵抗 R_g が直列接続されたものとみなすことができ,

$$Q_2 = \frac{1}{\omega(C_2 + C_x)(R + R_g)} = \frac{1}{\omega C_1(R_L + R_g)}, \quad R_g = \frac{G}{\omega^2 C_1^2} \quad (8)$$

式 7 と式 8 から

$$Q_C = \frac{\omega C_x}{G} = \frac{C_x}{C_1} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{Q_1 - Q_2} \quad (9)$$

が得られる。

3 実験手順

試料をひとつ選び、周波数を 50, 100, 500, 1000, 5000, 10000, 20000, 30000, 50000 kHz と変化させて および \tan を測定する。

3.1 測定準備

1. 測定周波数に応じて適当な補助コイルを選び、これを Qメータの L 端子に差し込む。このとき試料ホルダはとりつけない。
2. 主ダイヤルを回して同調を取る。(副ダイヤルは 0 にしておく。)メータ指示値を Q_1 , 同調容量を C_1 [pF] として記録する。

3.2 測定

1. 試料を電極の間にはさみ、Qメータの C 端子に差し込む。マイクロメータで試料の厚み t_x [cm] を測定し、記録する。
2. この状態で同調をとりなおす。メータ指示値を Q_2 , 同調容量を C_2 [pF] として記録する。
3. 試料ホルダを少しだけゆるめ、試料を取り出す。電極間を狭くしてゆき、同調の復活したときの電極間距離 t_0 [cm] を読み取る。

3.3 計算方法

試料の比誘電率

$$\frac{\epsilon_x}{\epsilon_0} = \frac{t_x}{t_0} \quad \epsilon_x \text{ は試料の誘電率, } \epsilon_0 \text{ は真空の誘電率} \quad (10)$$

試料の静電容量

$$C_x \text{ [pF]} = \frac{1}{t_0 \text{ [cm]}} \quad (11)$$

試料の誘電正接

$$\tan \delta = \frac{1}{Q_C} = \frac{C_1}{C_x} \cdot \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1 \cdot Q_2} = C_1 \cdot t_0 \cdot \left(\frac{\Delta Q}{Q_1 \cdot Q_2} \right) \times 100 \quad [\%] \quad (12)$$

3.4 データ整理

測定値およびそれを用いた計算値を表 1 のように整理し、図 3 を参考にしてグラフを作成せよ。それぞれの物理量の単位に注意すること。

表 1: 諸定数の測定値および計算値 (試料は XXX)

周波数 f [kHz]	t_0 [cm]	t_x [cm]	ϵ_x/ϵ_0	C_x [pF]	C_1 [pF]	C_2 [pF]	Q_1	Q_2	ΔQ	$\tan \delta$ [%]
50										
100										
500										
1,000										
5,000										
10,000										
20,000										
30,000										
50,000										

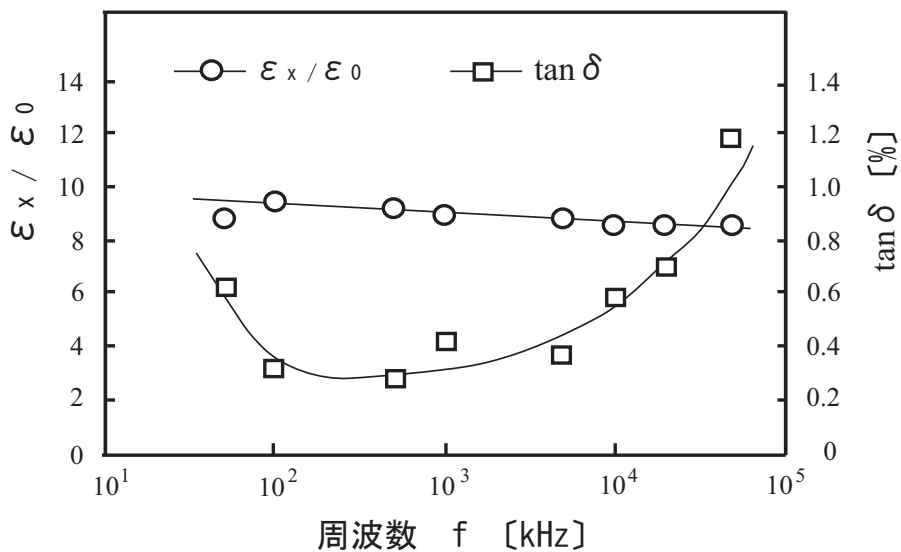


図 3: 比誘電率 ϵ_x/ϵ_0 と誘電正接 $\tan \delta$ の周波数依存性 (試料 XXX)

4 研究課題

1. 誘電損失は誘電体中の誘電分極が電場の振動に追従できなくなることによって生じる。実際の物質中で生じている誘電分極にはどのようなものがあるか 3 種類あげて説明せよ。またそれぞれの周波数まで応答できるか。
2. 図 2(b) のようにキャパシタンス C_1 とコンダクタンス G が並列接続されている。これを図 2(c) のように直列接続の等価回路に変換したとき, 抵抗 R_g は $R_g = G/\omega^2 C_1^2$ で与えられることを示せ。
3. 式 7 と式 8 から式 9 を導け。
4. インダクタンス L で内部抵抗 R_L のコイルと, キャパシタンス C でコンダクタンス G のコンデンサを直列接続している。コイルとコンデンサの Q を Q_L および Q_C とすると, 共振回路の Q は $\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}$ となることを証明せよ。

(2019.02.20 改訂 井上)