入学前教育プログラム　添削問題（物理１回目）

高校名：

氏名：

自宅住所：

１）問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{7}$ までであります。

２）解答はできるだけ詳しく鉛筆で書いてください。

３）問題の最後にアンケートをつけましたので，ご協力ください。次回の問題作成の参考にします。

４）感想，質問欄も付けましたので，率直な感想を書いてください。

５）これは試験ではありませんので，わからなければいろいろ調べたり，先生に質問したりして，すべての問題に取り組んでください。

６）返信は同封の返信用封筒に冊子（２枚）を入れて必ず　月　日(木)までに投函してください。

電気電子工学で扱う現象に関しては複素数を用いることが頻繁に出てきます。この講座ではベクトルと複素数を使って物理現象を理解することを目標とします。

2 次方程式を解の公式を用いて解くことから復習しましょう。

$ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

問 1 以下を解の公式を用いて解け。(10 点)

(1) $2x^2 + 3x - 4 = 0$

答え

(2) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

答え

虚数の導入: 例えば、$x^2 + 2x + 2 = 0$ を解くと $x = -1 \pm \sqrt{-1}$ となります。そこで二乗すると -1 になる虚数単位という数を導入します。電気回路においては電流を i で表すことが多いので、虚数単位を j ($j^2 = -1$) で表します。するとこの解は $x = -1 \pm j$ として表されます。

問 2

以下の解を虚数単位 j を用いて表せ。(10 点)

(1) $2x^2 + 3x + 5 = 0$

答え

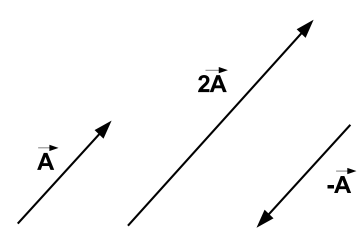
(2) $3x^2 + 5x + 4 = 0$

答え

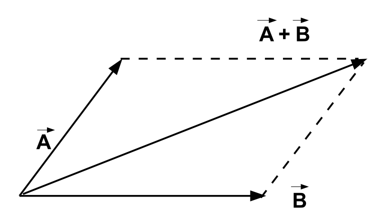
このように得られた $3 + 5j$ などの数を**複素数**といいます。複素数を表現するために**複素平面**を用います。この理解を深めるためにベクトルという概念を復習しましょう。大きさと向きを持つ物理量はベクトルで表します。ベクトルは矢印や太字を用いて表します。

ベクトルの定数倍と和

定数倍 ($2\vec{\mathbf{A}}$ は $\vec{\mathbf{A}}$ と向きは同じで 2 倍の長さ。$-\vec{\mathbf{A}}$ のように負記号がつくと $\vec{\mathbf{A}}$ と向きが逆)



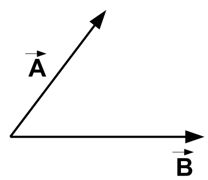
和は、平行四辺形を用いて図で計算できる。



問 3 定規を用いて以下を図示せよ。(20 点)

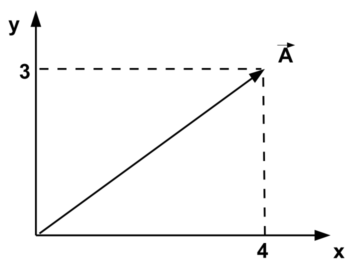
(1) $\vec{\mathbf{A}} + 2\vec{\mathbf{B}}$

(2) $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$ (ヒント:$\vec{\mathbf{B}} + (-\vec{\mathbf{A}})$ と理解する。)



基本ベクトルの導入

物理量を測定する際には座標系を導入することがよくあります。図のように $\vec{\mathbf{A}}$ に対して 座標系を設定しましょう。



すると座標系の目盛りを用いて、$\vec{\mathbf{A}} \leftrightarrow (4, 3)$ という対応付けが可能となります。このときベクトルは x 方向に 4, y 方向に 3 の成分を持っていると考えられます。

つまり、

$\vec{\mathbf{A}} = (4, 3) = (4, 0) + (0, 3) = 4(1, 0) + 3(0, 1)$

と書けるので $\vec{\mathbf{e}}_x = (1, 0), \vec{\mathbf{e}}_y = (0, 1)$ と定義することにより

$\vec{\mathbf{A}} = 4\vec{\mathbf{e}}_x + 3\vec{\mathbf{e}}_y$ と表すことができます。ここで $\vec{\mathbf{e}}_x, \vec{\mathbf{e}}_y$ を**基本ベクトル**といいます。基本ベクトルを用いるとベクトルの定数倍や和の計算が容易になります。さらに $\vec{\mathbf{B}} = 2\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_y$ としてベクトルの定数倍と和を理解しましょう。

『定数倍』$3\vec{\mathbf{A}} = 3(4\vec{\mathbf{e}}_x + 3\vec{\mathbf{e}}_y) = 12\vec{\mathbf{e}}_x + 9\vec{\mathbf{e}}_y$,

『和』$\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = (4\vec{\mathbf{e}}_x + 3\vec{\mathbf{e}}_y) + (2\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_y)$

$$= 4\vec{\mathbf{e}}_x + 3\vec{\mathbf{e}}_y + 2\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_y$$

$$= 6\vec{\mathbf{e}}_x + 2\vec{\mathbf{e}}_y$$

問 4

$\vec{\mathbf{C}} = 3\vec{\mathbf{e}}_x + 4\vec{\mathbf{e}}_y, \vec{\mathbf{D}} = \vec{\mathbf{e}}_x - 3\vec{\mathbf{e}}_y$ として以下を基本ベクトル $\vec{\mathbf{e}}_x, \vec{\mathbf{e}}_y$ を用いて計算せよ。(15 点)

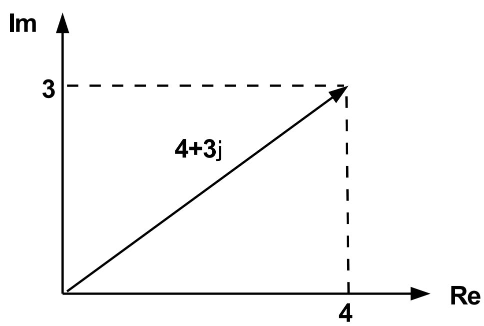
(1) $-3\vec{\mathbf{C}} - 4\vec{\mathbf{D}}$

(2) $7\vec{\mathbf{C}} + 6\vec{\mathbf{D}}$

(3) $5\vec{\mathbf{C}} - 9\vec{\mathbf{D}}$

複素平面の導入

複素数を表すために複素平面を導入します。例えば $4+3j$ は複素平面上で以下のようになります。



ここで Re を実軸（実数成分)、Im を虚軸（虚数成分）と呼びます。複素数は 2 次元ベクトルを比べて見ましょう。例えば $4+3j \leftrightarrow 4\vec{\mathbf{e}_x}+3\vec{\mathbf{e}_y}$ と同一視することができます。複素数が出てきたらベクトルをイメージできるようにしておきましょう。以下、複素数の加減乗を練習しましょう。足し算, 引き算は基本ベクトルを用いた計算を参考にトライしてみてください。

問 5

以下を計算せよ。(15 点)

(1) $(4+5j)+(2+3j)$

(2) $(3+j)-2(7+8j)$

(3) $(9+11j)-3(2+5j)+(9-2j)$

掛け算は分配法則を使って展開していき、$j^2=-1$ という関係を用います。例えば $(1+2j)\cdot(3+4j)=1\cdot(3+4j)+2j\cdot(3+4j)=3+4j+6j+8j^2=-5+10j$ と計算できます。

問 6 (15 点)

(1) $(4+5j)\cdot(2+3j)$

(2) $(3+j)\cdot(7+8j)$

(3) $(9+11j)\cdot(9-2j)$

割り算は無理数の有理化と同様な操作を行います。$\frac{a+bj}{c+dj}=\frac{(a+bj)(c-dj)}{(c+dj)(c-dj)}=\frac{ac+bd+j(-ad+bc)}{c^2+d^2}$

問 7 (15 点)

(1) $\frac{4+3j}{-2+3j}$

(2) $\frac{1-2j}{5+6j}$

(3) $\frac{2-5j}{2-3j}$

物理 (E) 問題第１回アンケート (必要事項を記入し、ご回答下さい。)

氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

自宅住所：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

高校名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(1) 今回の問題で感じた難易度を聞かせてください.

$\boxed{\text{問 1}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

$\boxed{\text{問 2}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

$\boxed{\text{問 3}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

$\boxed{\text{問 4}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

$\boxed{\text{問 5}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

$\boxed{\text{問 6}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

$\boxed{\text{問 7}}$ 1. 難しい　2. やや難しい　3. 標準　4. 易しい　5. とても易しい

(2) 添付 DVD はご覧になりましたか？

1. ビデオを見ることができた　2. できなかった

3. 2 の場合の理由（　　　　　　　　　　）

(3) 問題を解く上でビデオは

1. 参考になった　2. 普通　3. 参考にならなかった

裏面に続きます。

(4) 今回の添削問題に関する質問を以下にお書きください.

(5) 今回の添削問題に関する感想を以下にお書きください.

★ アンケートにご協力頂きありがとうございました。