

# 入学前プログラム数学添削問題の準備 3回目

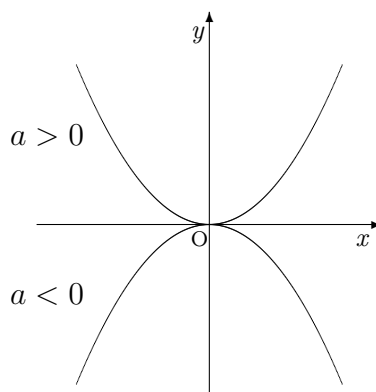
## 3 2次関数とグラフ

$y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) のグラフは、原点  $O(0,0)$  を頂点、 $y$  軸 ( $x = 0$ ) を対称軸とする放物線になります。

$a > 0$  のとき上に開く放物線 (下に凸)

$a < 0$  のとき下に開く放物線 (上に凸)

係数の絶対値  $|a|$  が大きいほどグラフの開き方は小さくなります。

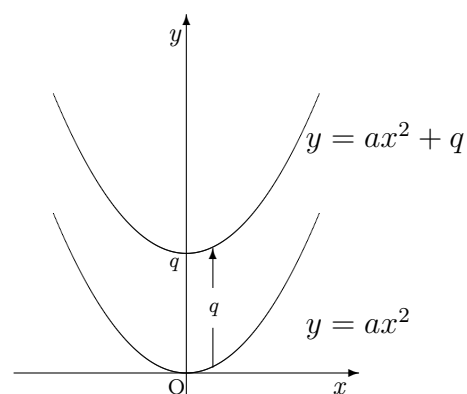


$y = ax^2 + q$  のグラフは、

$y = ax^2$  のグラフを

$y$  軸の方向に  $q$  だけ平行移動した放物線で、

軸は  $y$  軸、頂点は点  $(0, q)$  になります。

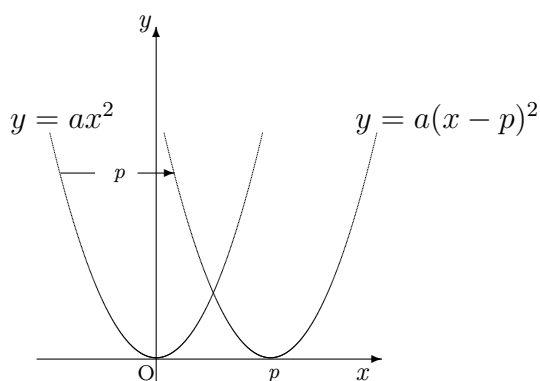


$y = a(x - p)^2$  のグラフは、

$y = ax^2$  のグラフを

$x$  軸の方向に  $p$  だけ平行移動した放物線で、

軸は直線  $x = p$ 、頂点は点  $(p, 0)$  になります。

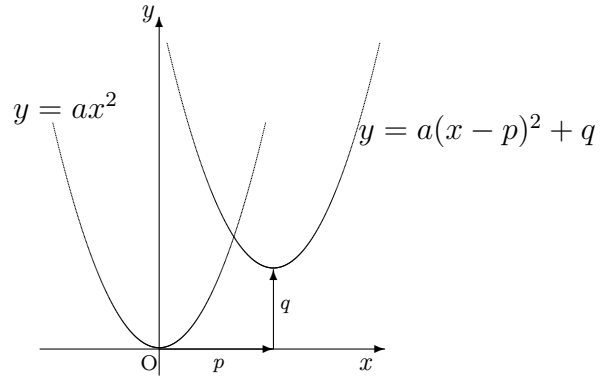


$y = a(x - p)^2 + q$  のグラフは

$y = ax^2$  のグラフを

$x$  軸の方向に  $p$  ,  $y$  軸の方向に  $q$   
だけ平行移動した放物線で ,

軸は直線  $x = p$  , 頂点は点  $(p, q)$   
になります .



$y = ax^2 + bx + c$  は  $ax^2 + bx + c$  を  $a(x - p)^2 + q$  の形にすることでグラフが描けます .  
これを標準形への変形あるいは平方完成といい , 解の公式を導くときとほぼ同じ操作をおこないます .

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left( x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x \right) + c \\ &= a \left( x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 \right) + c \\ &= a \left( x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 \right) - a \cdot \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + c \\ &= a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ &= a \left( x - \left( -\frac{b}{2a} \right) \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

$p = -\frac{b}{2a}$  ,  $q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$  として標準形に変形できることがわかります .

$y = ax^2 + bx + c$  のグラフは  $y = ax^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-\frac{b}{2a}$  ,  $y$  軸方向に  $-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$   
平行移動した放物線で , その軸は直線  $x = -\frac{b}{2a}$  , 頂点は  $\left( -\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$  になります .

例題 グラフが  $x$  軸と  $x = -\frac{1}{3}$  ,  $1$  で交わり , それを平行移動すると  $y = 3x^2 - 1$  のグラフ  
になる 2 次関数  $y = ax^2 + bx + c$  を求めなさい .

(解)  $x$  軸と  $x = -\frac{1}{3}$  ,  $1$  で交わることから

$$a \left( -\frac{1}{3} \right)^2 + b \left( -\frac{1}{3} \right) + c = 0 \quad , \quad a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0 .$$

平行移動で  $y = 3x^2 - 1$  のグラフになるから  $a = 3$  . これを上 の 2 式に代入して  
 $b = -2$  ,  $c = -1$  が求まる . 求める 2 次関数は  $y = 3x^2 - 2x - 1$  .

(実は , 与えられた条件から  $y = 3 \left( x + \frac{1}{3} \right) (x - 1)$  とおけることがわかるでしょう .)

## 数学添削問題 第3回

氏名 : \_\_\_\_\_

高校名 : \_\_\_\_\_

入学予定学科 : \_\_\_\_\_

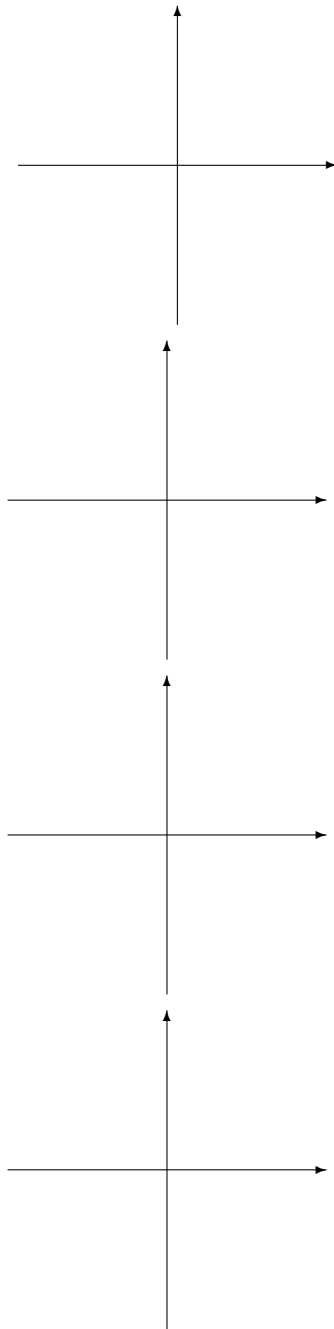
1 次の2次関数を  $y = a(x - p)^2 + q$  の形になおしてグラフを描きなさい.

(1)  $y = x^2 - 2x + 3$

(2)  $y = 2x^2 - x + 1$

(3)  $y = -x^2 + 4x + 1$

(4)  $y = -x^2 + 6x$



2 二次関数  $y = x^2 - 8x + 13$  のグラフをどのように平行移動すると二次関数  $y = x^2 - 4x$  のグラフになるでしょうか。

3 グラフが次の条件をみたす二次関数を求めなさい。

- (1) 頂点が点  $(1, -3)$  で、点  $(-1, 5)$  を通る。
- (2) 頂点の  $x$  座標が  $2$  で、2点  $(0, 7)$  ,  $(6, 13)$  を通る。
- (3) 3点  $(1, -1)$  ,  $(2, 1)$  ,  $(3, 7)$  を通る。

4  $y = 2x^2 + 4x + 1$  のグラフと次の位置関係にあるグラフをもつ二次関数を求めなさい。

- (1)  $x$  軸に関して対称
- (2) 原点に関して対称
- (3) 点  $(1, 1)$  に関して対称



(4) 今回の添削問題に関する質問を以下にお書きください。

(5) 今回の添削問題に関する感想を以下にお書きください。

★ アンケートにご協力頂きありがとうございました。